

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

1.

(1) a, b, c, d, e, f の 6 文字を 1 列に並べるとき, a と b が両端にくるような並べ方は, 全部で

アイ 通りである。

(2) 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + (5a - 18)x + 20$ が極大値と極小値を持つときの a の値の範囲は

$a < \text{ウ}$, $a > \text{エ}$ である。

(3) 3 点 A(3, 6), B(1, 2), C(6, -4) であるとき, $\triangle ABC$ の面積は オカ である。

2. 1 から 100 までの 100 個の自然数の積 $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 100$ について考える。1 から 100 までの自然数のうち、最小の素数は 2、最大の素数は **キク** で、素数の数は全部で **ケコ** 個ある。 N を $N = 2^{P_1} M$ (ただし、 M は奇数) の形にしたとき、 P_1 がいくつになるか考えよう。

1 から 100 までの 100 個の自然数の中にある偶数の数は **サシ** 個である。その中には 4 の倍数が **スセ** 個含まれている。さらに、8 の倍数が **ソタ** 個、16 の倍数が **チ** 個、32 の倍数が **ツ** 個、64 の倍数が **テ** 個含まれている。4, 8, 16, 32, 64 の倍数はそれぞれ、2 の因数を 2, 3, 4, 5, 6 個含んでいることを考えると、 $P_1 =$ **トナ** であることがわかる。

同様に考えて、 $N = 5^{P_2} K$ (K は 5 を因数に含まない自然数) としたとき、 $P_2 =$ **ニヌ** だから、2 の因数の個数を考慮すると、 N は末尾に 0 が **ニヌ** 個連続して並ぶ自然数であることがわかる。

(次の頁に問題が続きます)

3. 3次方程式

$$x^3 - 5x^2 + ax + b = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

の1つの解が, $x = 1 + 2i$ であるとき, 実数 a , b の値と他の解を求める。

$x = 1 + 2i$ が方程式①の解であるから,

$$(1 + 2i)^3 - 5(1 + 2i)^2 + a(1 + 2i) + b = 0$$

となる。これを展開して整理すると,

$$\left(\boxed{\text{ネ}} a + \boxed{\text{ノ}} b + \boxed{\text{ハ}} \right) + \left(\boxed{\text{ヒ}} a - \boxed{\text{フヘ}} \right) i = 0$$

となる。

a , b は実数であるから,

$$\boxed{\text{ネ}} a + \boxed{\text{ノ}} b + \boxed{\text{ハ}} = \boxed{\text{ホ}},$$

$$\boxed{\text{ヒ}} a - \boxed{\text{フヘ}} = \boxed{\text{ホ}}$$

となる。

これを解いて, $a = \boxed{\text{マミ}}$, $b = -\boxed{\text{ムメ}}$ となる。

このとき, 方程式①は

$$x^3 - 5x^2 + \boxed{\text{マミ}} x - \boxed{\text{ムメ}} = 0$$

となるので, 左辺を因数分解すると,

$$\left(x - \boxed{\text{モ}} \right) \left(x^2 - \boxed{\text{ヤ}} x + \boxed{\text{ユ}} \right) = 0$$

となる。

これを解いて, $x = \boxed{\text{ヨ}}$, $1 \pm \boxed{\text{ラ}} 2i$ となる。

よって, 他の解は, $x = \boxed{\text{ヨ}}$, $1 \pm \boxed{\text{リ}} 2i$ となる。

4. 1と0の数字を並べ替えることを考える。

(1) 1と0の数字をそれぞれ2つずつ用いて、数字を並べ替えるとき、数字の並べ方は、全部で 通りである。また、その中で、'10' という並びを1つだけ含む並べ方は 通りである。

(2) 同様に、1と0の数字をそれぞれ3つずつ用いて、数字を並べ替えるとき、'10' という並びを1つだけ含む並べ方は 通りである。よって、'10' という並びを2つだけ含む並べ方は、 通りである。

(3) 同様に、1と0の数字をそれぞれ4つずつ用いて、数字を並べ替えるとき、'10' という並びを1つだけ含む並べ方は 通りである。また、'10' という並びを3つだけ含む並べ方は 通りである。よって、'10' という並びを2つだけ含む並べ方は 通りである。

(以 上)

(計 算 用 紙)

