

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

- (1) 1 から 150 までの整数のうち, 4 の倍数でない整数は アイウ 個であり, 4 でも 7 でも割り切れる整数は エ 個である。

- (2) 数列 $\{a_n\}$ は初項 9, 公差 -6 の等差数列とする。数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和は

$$S_n = \text{オカ} n^2 + \text{キク} n$$

となる。

- (3) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{4}$ のとき, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ の値は $\frac{\text{ケコ}}{\text{サシス}}$ である。

必答問題

2. $\triangle ABC$ およびその外接円がある。頂点 A, B, C に向かい合う辺 BC, CA, AB の長さを、それぞれ a, b, c とし、 $\angle CAB, \angle ABC, \angle BCA$ の大きさを、それぞれ A, B, C とする。

(1) $a = 12, B = 40^\circ, C = 80^\circ$ のとき、外接円の面積を求めたい。まず、外接円の半径 R は正弦

定理より算出可能である。ここで、 $A = \boxed{\text{セソ}}^\circ$ なので、 $R = \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ となり、外接円の面積は $\boxed{\text{ツテ}}\pi$ である。

(2) 前問(1)と同じ場所に頂点 B, C を固定し、頂点 A が外接円の円弧上を動くとき、 $\triangle ABC$ の

面積が最大となるのは、 $\triangle ABC$ の高さが $\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ のときである。このときの $\triangle ABC$

の面積は $\boxed{\text{ニヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

(3) 前問(2)で求めた面積が最大となる $\triangle ABC$ の内接円の面積は $\boxed{\text{ノハ}}\pi$ であり、外接円の面積

とこの内接円の面積の比は $\boxed{\text{ヒ}} : \boxed{\text{フ}}$ となる。

(次の頁に問題が続きます)

必答問題

3. 3次方程式

$$x^3 + ax^2 + bx - 10 = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

の1つの解が、複素数 $x = 2 + i$ であるとき、実数 a , b の値と他の解を求める。

$x = 2 + i$ が方程式①の解であるから、これを方程式①に代入して実部と虚部分けて式を整理すると、

$$\left(\boxed{\text{ヘ}}a + \boxed{\text{ホ}}b - \boxed{\text{マ}} \right) + \left(\boxed{\text{ミ}}a + b + \boxed{\text{ムメ}} \right)i = 0$$

となる。 a , b は実数であるから、

$$\begin{cases} \boxed{\text{ヘ}}a + \boxed{\text{ホ}}b - \boxed{\text{マ}} = \boxed{\text{モ}} \\ \boxed{\text{ミ}}a + b + \boxed{\text{ムメ}} = \boxed{\text{ヤ}} \end{cases}$$

となり、これを解いて、 $a = -\boxed{\text{ユ}}$, $b = \boxed{\text{ヨラ}}$ となる。

この a , b の値を方程式①に代入して x について解くと、

$$x = \boxed{\text{リ}}, 2\boxed{\text{ル}}i$$

となる。よって、方程式①の $x = 2 + i$ 以外の解は、

$$x = \boxed{\text{レ}}, 2\boxed{\text{ロ}}i$$

である。

選択問題

選択問題 1 は数学Ⅲ，選択問題 2 は数学Ⅲ以外の範囲の出題である。どちらかの問題を選択し，マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入した上で，その番号をマークすること。

選択問題 1.

(1) 複素数 $-1-\sqrt{3}i$ を極形式で表すと， $\boxed{\text{ワ}}$ $\left(\cos \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{あ}}}\pi + i \sin \frac{\boxed{\text{い}}}{\boxed{\text{う}}}\pi \right)$

となる。ただし，偏角 θ の範囲を $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(2) 複素数の式 $(-1-\sqrt{3}i)^9$ を計算すると， $\boxed{\text{えおか}}$ となる。

(3) 複素数平面上の 3 点 $O(0)$ ， $A(-1-\sqrt{3}i)$ ， $B(2-i)$ に対して， $\triangle OAB$ の重心は

$$\frac{\boxed{\text{き}}}{\boxed{\text{く}}} - \frac{\boxed{\text{け}} + \sqrt{\boxed{\text{こ}}}}{\boxed{\text{さ}}}i$$

となる。

選択問題 2. 平面上に、一辺の長さが 2 の正方形 ABCD があり、その外側に $\triangle OAB$ がある。

ここで、 $OA = OB = \sqrt{10}$ 、線分 OA, AD, CB を $t : (1-t)$ に内分する点をそれぞれ P, Q, R とする。

t の範囲を $0 < t < 1$ とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ としたとき、 $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \boxed{\text{ワ}}$ となり、

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ン}}$ となる。

また、 $\vec{a} + \vec{b}$ と \overrightarrow{AD} は平行であり、 $|\vec{a} + \vec{b}| = \boxed{\text{あ}}$ より、 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{\boxed{\text{い}}} (\vec{a} + \vec{b})$ である。

\overrightarrow{PQ} 、 \overrightarrow{PR} を t と \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表すと、

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{\boxed{\text{う}} - \boxed{\text{え}}}{\boxed{\text{お}}} t \vec{a} + \frac{t}{\boxed{\text{お}}} \vec{b}$$

$$\overrightarrow{PR} = \frac{\boxed{\text{か}} - \boxed{\text{き}}}{\boxed{\text{お}}} t \vec{a} + \frac{\boxed{\text{く}} - t}{\boxed{\text{お}}} \vec{b}$$

となる。

(以 上)

(計 算 用 紙)

問題選択に関する注意

問題	必答・選択
1	必答
2	必答
3	必答
選択1 (数学Ⅲ)	いずれか1問を選択
選択2 (数学Ⅲ以外)	

マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入し、その番号をマークすること。