

数 学

次の にあてはまるものを解答欄にマークせよ。

必答問題

1.

- (1) A 君と B 君の 2 人がさいころをそれぞれ 3 回投げ、出た目の合計値が高いほうが勝ちというゲームを行った。ただし、合計値が同じだった場合は、一番大きい目が出ているほうを勝ちとし、両方同じだった場合は引き分けとする。

A 君の出た目が 1 回目に 5, 2 回目に 3, 3 回目に 4 で合計値が 12 だったとき, B 君が引き分ける確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ であり, 勝利する確率は $\frac{\text{エオ}}{\text{カキク}}$ である。

- (2) 球面 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 8y - 4z + 12 = 0$ と xy 平面が交わる部分は半径 $\sqrt{\text{ケ}}$ の円である。

- (3) $\triangle ABC$ において, $AB = \sqrt{5}$, $BC = 2$, $AC = 3$ とする。このとき, $\cos A = \frac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$ で, $\triangle ABC$ の面積は $\sqrt{\text{シ}}$ である。

- (4) $0 \leq \theta < 2\pi$ において,

$$2 \sin^2 \theta - \cos \theta - 1 > 0, \quad 0 < \tan \theta < \sqrt{3}$$

を満たす θ の範囲は $\pi < \theta < \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \pi$ である。

必答問題

2. 2次関数 $y = x^2 + px + q$ のグラフの頂点が直線 $y = 3x + 2$ 上にあるとする。以下の問いに答えよ。

(1) q の取り得る値の範囲は $q \geq \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(2) もし原点がこの2次関数上にあるとすると、この2次関数の頂点は $(\boxed{\text{ツテ}}, \boxed{\text{トナ}})$ または $(\boxed{\text{ニヌ}}, \boxed{\text{ネノ}})$ である。ただし、 $\boxed{\text{ツテ}} > \boxed{\text{ニヌ}}$ とする。

(3) もしこの2次関数が異なる2点で x 軸と交わり、かつその2点間の距離が8であるとする
と、この2次関数の頂点は $(\boxed{\text{ハヒ}}, \boxed{\text{フヘホ}})$ である。

(次の頁に問題が続きます)

必答問題

3. xy 平面上に円 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 6 = 0$ と直線 $y = kx + 2$ がある。以下の問いに答えよ。

(1) 円の中心の座標は ($\boxed{\text{マ}}$, $\boxed{\text{ミ}}$) で、半径は $\sqrt{\boxed{\text{メ}}}$ である。

(2) 円の中心と直線の距離 d は

$$d = \frac{|\boxed{\text{モ}}k|}{\sqrt{k^2 + \boxed{\text{ヤ}}}}$$

である。

(3) 直線が円と異なる 2 点で交わるような定数 k の値の範囲は

$$-\boxed{\text{ユ}} < k < \boxed{\text{ヨ}}$$

である。

(4) 直線が円によって切り取られる線分の長さが $\sqrt{3}$ であるとき、

$$k = \pm \frac{\sqrt{\boxed{\text{ラリ}}}}{\boxed{\text{ルレ}}}$$

である。

選択問題

選択問題 1 は数学Ⅲ、選択問題 2 は数学Ⅲ以外の範囲の出題である。どちらかの問題を選択し、マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入した上で、その番号をマークすること。

選択問題 1.

数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{n}{n+3} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で与えられている。また、数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{n+2}{3} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。以下の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{\boxed{\text{□}}}{n^3 + \boxed{\text{ワ}}^2 + \boxed{\text{ン}} n}$$

である。

- (2) $3b_n - 3b_{n+1} - 2a_n = \boxed{\text{あ}}$ である。

- (3) 数列 $\{a_n\}$ の第 1 項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \frac{\boxed{\text{い}}}{\boxed{\text{う}}} - \frac{\boxed{\text{え}}}{n^2 + \boxed{\text{お}} n + \boxed{\text{か}}}$$

である。

- (4) 無限級数 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ の和は

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\boxed{\text{き}}}{\boxed{\text{く}}}$$

である。

選択問題 2.

n が 1 以上の正の整数であるとき,

$$a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

という数列を考える。以下の問いに答えよ。

(1) a_{10} を 2 で割った余りは であり, 4 で割った余りは である。

(2) a_{2023} を 4 で割った余りは である。

(3) a_n を 4 で割った余りを b_n とすると

$$\sum_{k=1}^{2023} b_k = \text{あいうえ}$$

となる。

(4) $n \geq 1000$ を考えるとき, a_n が 4 の倍数になる最小の n は である。

(5) n が 6 の倍数であることは, a_n が偶数であるための 。

に当てはまるものを, 下の①～③のうちから 1 つ選んでマークせよ。

① 必要十分条件である

① 必要条件である

② 十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

(以 上)

(計 算 用 紙)

問題選択に関する注意

問題	必答・選択
1	必答
2	必答
3	必答
選択1 (数学Ⅲ)	いずれか1問を選択
選択2 (数学Ⅲ以外)	

マークシート右上の記入欄に選択した問題の番号を記入し、その番号をマークすること。